LIMIT

Dosen: Johansen Cruyff Mandey

SEJARAH LIMIT

Penemu Limit Fungsi

Karl Theodor Wilhelm Weierstrass

Seorang matematikawan Prusia yang mengembangkan teori lengkap tentang deret fungsi dan Menyusun legitimasi operasi-operasi yang demikian sebagai pengintegralan dan pendeferensialan suku demi suku.

KALKULUS

Kalkulus Periode Kuno

Pada Zaman matematika kuno, prinsip dasar kalkulus sebenarnya telah ditemukan. Belum dikenal baik kalkulus pada masa tersebut dikarenakan belum adanya pengembangan yang baik serta penyusunan yang sistematis akan ilmu ini.

Masa Pertengahan

Matematikawan India, Aryabhata, menggunakan konsep kecil tak terhingga pada tahun 499 dan mengekspresikan masalah astrinomi dalam bentuk persamaan diferensial dasar. Pada abad ke-12, seorang Persia Sharaf al-Din al-Tusi menemukan turunan dari fungsi kubik, sebuah hasil yang penting dalam kalkulus diferensial.

Masa Modern

Pada abad ke-17 dan 18, gagasan modern limit fungsi baru dibahas oleh tokoh yang Bernama Bolzano. Presentasi yang cukup baik pertama kali diajukan oleh Weirstrass pada tahun 1850-an dan 1860-an, dan sejak itu telah menjadi metode baku untuk menerangkan limit.

Tokoh-tokoh yang berperan dalam penelitian Limit

Gottfried Willhelm Leibniz

Seorang anak dari sseorang professor filsafat moral, Friedrich Leibniz, yang merupakan warganegara Jerman.

Gottfried Wilhelm Leibniz

Portrait by Christoph Bernhard Francke

Isaac Newton

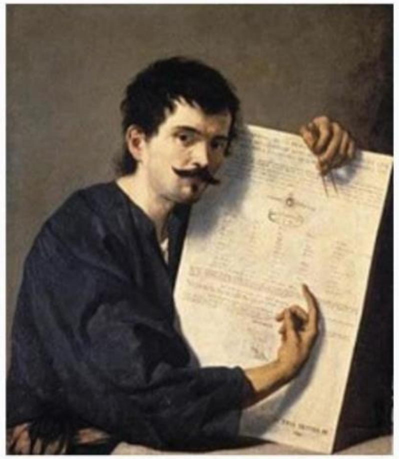
PRS

Potret Newton di 46 oleh Godfrey Kneller , 1689

Isaac Newton

Seorang yang juga mengembangkan kalkulus.

Erhard Weigel



Erhard Weigel oleh Pietro della Vecchia

Erhard Weigel

Seorang matematikawan yang menjadi pengaruh Leibniz dalam bidang matematika.

Christian Huygens

Seorang fisikawan tapi memiliki karya-karya terbaik terkait dengan horologi, juga dalam bidang matematika.

Christian Huygens

Huygens oleh Caspar Netscher (1671), Museum Boerhaave , Leiden [1]

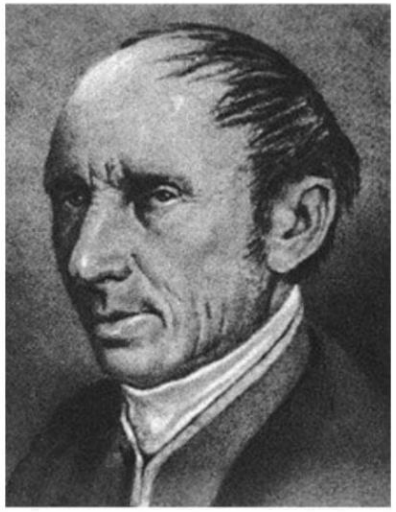
Tokoh-tokoh yang berperan dalam penelitian Limit

Bernard Bolzano

Cauchy membahas limit dalam karyanya *Cours d'analyse* (1821), dan tampaknya telah menyatakan intisari gagasan tersebut, tapi tidak secara sistematis. Presentasi yang tetap terhadap khalayak ramai pertama kali diajukan oleh Weierstrass pada dasawarsa 1850-an dan 1860-an, sejak itu telah menjadi metode baku untuk menerangkan limit.

G. H. Hardy

Pada abad ke-17 dan 18, gagasan modern limit fungsi baru dibahas oleh Bolzano, yang pada 1817, memperkenalkan dasar-dasar Teknik epsilon-delta.



Augustin Louis Cauchy

Notasi tertulis menggunakan singkatan **lim** dengan anak panah diperkenalkan oleh Hardy dalam bukunya *A Course of Pure Mathematics* pada tahun 1908.

MATERI

&

RUMUS

DEFINISI LIMIT FUNGSI

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering mendengar kalimat-kalimat seperti :

a. Mobil itu *nyaris* masuk ke jurang.

b. Kita *hampir* memasuki kota Jakarta.

c. Kecantikannya *mendekati* sempurna.

Kata-kata yang dicetak miring pada kalimat-kalimat di atas mempunyai pengertian yang sama dengan kata "*limit fungsi*" pada matematika. Pengertian limit fungsi pada matematika dapat dibagi ke dalam dua bagian, yaitu limit fungsi di satu titik dan limit fungsi di tak hingga.

- Pengertian limit fungsi di satu titik secara intuisi

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

- Pengertian limit fungsi di tak hingga

Pengertian limit fungsi di tak hingga adalah sebagai berikut:

1. $\lim_{x \to \infty} f(x) = L$
2. $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$
3. $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

SIFAT-SIFAT LIMIT FUNGSI SECARA INTUITIF

Jika *n* bilangan bulat positif, *k* konstanta, *f* dan *g* adalah fungsi-fungsi yang mempunyai limit di *c*, maka sifat-sifat dibawah ini berlaku :

1) $\lim\limits_{x \to c} k = k$

2) $\lim\limits_{x \to c} x = c$

3) $\lim\limits_{x \to c} kf(x) = k \lim\limits_{x \to c} f(x)$

4) $\lim\limits_{x \to c} [f(x) + g(x)] = \lim\limits_{x \to c} f(x) + \lim\limits_{x \to c} g(x)$

5) $\lim\limits_{x \to c} [f(x) - g(x)] = \lim\limits_{x \to c} f(x) - \lim\limits_{x \to c} g(x)$

6) $\lim\limits_{x \to c} [f(x) \cdot g(x)] = \lim\limits_{x \to c} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to c} g(x)$

7) $\lim\limits_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to c} f(x)}{\lim\limits_{x \to c} g(x)}$, asalkan $\lim\limits_{x \to c} g(x) \neq 0$

8) $\lim\limits_{x \to c} [f(x)]^n = \left[\lim\limits_{x \to c} f(x)\right]^n$

9) $\lim\limits_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x \to c} f(x)}$, asalkan $\lim\limits_{x \to c} f(x) > 0$ bilamana n genap.

Penerapan sifat-sifat/teorema limit di atas dapat dilihat pada contoh-contoh berikut

Contoh 1:

Carilah $\lim_{x \to 3} 2x^4$

Penyelesaian:

$\lim_{x \to 3} 2x^4 = 2 \lim_{x \to 3} x^4$ (sifat 3, $\lim_{x \to c} kf(x) = k \lim_{x \to c} f(x)$)

$= 2(\lim_{x \to 3} x)^4$ (sifat 8, $\lim_{x \to c} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \to c} f(x)\right]^n$)

$= 2(3)^4$ (sifat 2, $\lim_{x \to c} x = c$)

Contoh 2:

Carilah $\lim\limits_{x \to 4} \frac{\sqrt{x^2+9}}{x}$

Penyelesaian:

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x^2+9}}{x} = \frac{\lim\limits_{x \to 4} \sqrt{x^2+9}}{\lim\limits_{x \to 4} x}$$

(sifat 7, $\lim\limits_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to c} f(x)}{\lim\limits_{x \to c} g(x)}$, asalkan $\lim\limits_{x \to c} g(x) \neq 0$)

$$= \frac{\sqrt{\lim\limits_{x \to 4} (x^2+9)}}{\lim\limits_{x \to 4} x}$$

(sifat 9, $\lim\limits_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x \to c} f(x)}$, asalkan $\lim\limits_{x \to c} f(x) > 0$ bilamana n genap).

$$= \frac{\sqrt{\lim\limits_{x \to 4} x^2 + \lim\limits_{x \to 4} 9}}{\lim\limits_{x \to 4} x}$$

(sifat 4, $\lim\limits_{x \to c} [f(x) + g(x)] = \lim\limits_{x \to c} f(x) + \lim\limits_{x \to c} g(x)$)

$$= \frac{\sqrt{(\lim\limits_{x \to 4} x)^2 + \lim\limits_{x \to 4} 9}}{\lim\limits_{x \to 4} x}$$

(sifat 8, $\lim\limits_{x \to c} [f(x)]^n = \left[\lim\limits_{x \to c} f(x)\right]^n$)

$$= \frac{\sqrt{(4)^2+9}}{4}$$

(sifat 2 dan 1, $\lim\limits_{x \to c} x = c$ dan $\lim\limits_{x \to c} k = k$)

$$= \frac{5}{4}$$

MENENTUKAN LIMIT FUNGSI ALJABAR

1

Limit fungsi yang tidak mengandung bentuk tak tentu.

Untuk mencari nilai limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \to a} f(x)$ yang tidak mengandung bentuk tak tentu digunakan metode substitusi langsung. Metode ini merupakan akibat dari sifat-sifat yang ada pada teorema limit.

Contoh :

Carilah $\lim_{x \to 2} (x^3 + 2x - 5)$

Penyelesaian:

$$\lim_{x \to 2} (x^3 + 2x - 5) = (2)^3 + 2(2) - 5 = 7$$

2

Limit fungsi yang mengandung bentuk tak tentu.

Secara umum, untuk mencari nilai limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ yang mengandung bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$ digunakan metode pemfaktoran. Jadi jika dilakukan substitusi langsung diperoleh bentuk $\frac{f(a)}{g(a)}=\frac{0}{0}$, maka kita harus mengupayakan agar f(x) dan g(x) memiliki faktor yang sama. Jika dimisakan factor yang sama itu adalah (x-a), maka:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{(x-a)P(x)}{(x-a)Q(x)} = \lim_{x\to a}\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(a)}{Q(a)}$$

Contoh:

Carilah $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{2x-4}$

Penyelesaian:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{2x-4} = \lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{2(x-2)}$$

$$= \lim_{x\to 2}\frac{x+2}{2}$$

$$= \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

LIMIT FUNGSI ALJABAR DI TAK HINGGA

1. *Menyelesaikan limit mendekati tak hingga berbentuk* $\frac{\infty}{\infty}$

CARA BIASA

Jika $x \to \infty$ kita substitusi langsung maka akan muncul bentuk $\frac{\infty}{\infty}$, strategi untuk menyelesaikan $\frac{\infty}{\infty}$ adalah kalikan pembilang mapun penyebutnya dengan eksponen yang sama $\frac{1}{x^m}$ dengan x^m adalah eksponen dari suku tertinggi penyebut.

- **CARA SINGKAT**

- **Langkah 1: S**ederhanakan fungsi dalam limit. Cukup dengan menulis suku tertinggi pembilang dan penyebutnya saja.

- **Langkah 2:** Sederhanakan eksponen x pada pembilang dan penyebut.

- **Langkah 3:** Hitung nilai limit dengan menggunakan teorema.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x^n} = 0 \text{ dan } \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

Contoh:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{4x^{10} - 1.000x^4}{6x^{10} + 5} = \lim_{x \to \infty} \frac{4x^{10}}{6x^{10}}$$

$$= \frac{4}{6}$$

$$= \frac{2}{3}$$

2. Menyelesaikan limit mendekati tak hingga berbentuk $\infty - \infty$

CARA BIASA

Langkah 1: Kalikan f(x)-g(x) dalam limit dengan $\frac{f(x)+g(x)}{f(x)+g(x)}$, dengan f(x)+g(x) adalah bentuk kawan dari f(x) – g(x).

Langkah 2: Hilangkan tanda akar kuadrat dari pembilang, kemudian sederhanakan pembilang dengan menggabungkan suku-suku sejenis

Langkah 3: Selesaikan bentuk $\frac{\infty}{\infty}$ pada Langkah 2 dengan cara biasa (metode 1) atau cara singkat (metode 2).

Contoh :

$$\lim_{x\to\infty}\left[2x-1-\sqrt{4x^2-6x-5}\right]$$

Langkah 1:

$$\lim_{x\to\infty}\left[2x-1-\right.$$

Langkah 2:

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{(2x-1)^2-(\sqrt{4x^2-6x-5})^2}{[(2x-1)+\sqrt{4x^2-6x-5}]}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{(4x^2-4x+1)-(4x^2-6x-5)^2}{[(2x-1)+\sqrt{4x^2-6x-5}]}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-4x+1+6x-5}{(2x-1)+\sqrt{4x^2-6x-5}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+6}{(2x-1)+\sqrt{4x^2-6x-5}}$$

CARA SINGKAT

Cara singkat, dimana hanya menuliskan suku tertinggi pembilang dan penyebut, menggabungkan suku-suku sejenis, dan akhirnya menyederhanakan eksponen.

Langkah 3 :

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x + 6}{(2x - 1) + \sqrt{4x^2 - 6x - 5}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{2x + \sqrt{4x^2}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{2x + 2x}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{4x}$$

$$= \frac{2}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

Perhatikan limit – limit fungsi sebagai berikut :

- $\lim_{x \to 0} \sin 2x$
- $\lim_{x \to 0} \cos x$
- $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{2x}$
- $\lim_{x \to 0} \frac{3x}{\tan 7x}$

Limit diatas dapat ditulis sebagai $\lim_{x \to a} f(x)$ dengan *f(x)* adalah fungsi-fungsi yang memuat perbandingan trigonometri. Bentuk limit semacam ini disebut limit fungsi trigonometri.

Dalam beberapa kasus, penyelesaian limit fungsi trigonometri hampir sama dengan penyelesaian limit fungsi aljabar, misalnya dengan metode subtitusi langsung atau metode pemfaktoran.

Contoh 1:

Hitunglah nilai limit fungsi trigonometri berikut

a) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \sin x$

b) $\lim_{x \to \pi} (\cos 2x - \sin x)$

Penyelesaian:

Subtitusi langsung

a) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \sin x = \sin \frac{\pi}{2} = \sin \frac{180}{2} = \sin 90 = 1$

b) $$\begin{aligned} \lim_{x \to \pi} (\cos 2x - \sin x) &= \lim_{x \to \pi} \cos x - \lim_{x \to \pi} \sin x \\ &= \cos \pi - \sin \pi \\ &= \cos 180 - \sin 180 \\ &= -1 - 0 \\ &= -1 \end{aligned}$$

Contoh 2:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{\sin x}$$

Penyelesaian:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{\sin x} = \frac{\sin 0}{\sin 0} = \frac{0}{0}$$

Dengan subtitusi langsung, diperoleh bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$.

Oleh karena itu cara menyelesaikannya sebagai berikut:

Karena $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, maka:

$$\begin{aligned}
\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{\sin x} &= \lim_{x \to 0} \frac{2 \sin x \cos x}{\sin x} \\
&= \lim_{x \to 0} 2 \cos x \\
&= 2 \lim_{x \to 0} 2 \cos x \\
&= 2 \cos 0 \\
&= 2 \,.\, 1 \\
&= 2
\end{aligned}$$

RUMUS-RUMUS LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

1

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

2

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{\tan x} = 1$$

PENERAPAN DALAM ARSITEKTUR

Ada beberapa macam contoh kecil bagaimana limit dapat diterapkan atau diaplikasikan dalam bidang arsitektur.

1. Limit fungsi dapat berguna untuk menghitung kekuatan suatu besi yang bergesekan dengan air asin selama masa konstruksi suatu bangunan dan dapat menghitung ketahanan besi tersebut dalam menghadapi proses pengkaratan sehingga tetap layak digunakan.
2. Dalam menentukan harga jasa untuk seorang arsitek dalam mendesain suatu bangunan. Bisa juga dalam menetukan lama pengerjaan suatu proyek konstruksi.
3. Konsep limit ternyata berguna untuk mengukur luas daerah suatu bidang datar yang berhubungan juga dengan konsep integral tentu atau integral Riemann.

CONTOH SOAL

Limit Fungsi Aljabar

1. Carilah $\lim\limits_{x\to 2} \frac{7x^5-10x^4-13x+6}{3x^2-6x-8}$

Penyelesaian:

$$\lim_{x\to 2} \frac{7x^5-10x^4-13x+6}{3x^2-6x-8} = \lim_{x\to 2} \frac{7(2)^5-10(2)^4-13(2)+6}{3(2)^2-6(2)-8} = \frac{224-160-26+6}{12-12-8} = \frac{-11}{2}$$

2. Carilah $\lim\limits_{x\to 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}} = \ldots$

Penyelesaian :

$$\lim_{x\to 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}}$$

$$=\lim_{x\to 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}} \cdot \frac{3+\sqrt{x^2+5}}{3+\sqrt{x^2+5}}$$

$$=\lim_{x\to 2} \frac{(4-x^2)(3+\sqrt{x^2+5})}{9-(x^2+5)}$$

$$=\lim_{x\to 2} \frac{(4-x^2)(3+\sqrt{x^2+5})}{4-x^2}$$

$$=\lim_{x\to 2} \frac{(3+\sqrt{x^2+5})}{1} = 3+\sqrt{2^2+5} = 3+\sqrt{9} = 3+3 = 6$$

3. Carilah $\lim_{x \to 3} \sqrt{7x+4}$

Penyelesaian :

$$\lim_{x \to 3} \sqrt{7x+4} = \sqrt{7(3)+4} = \sqrt{25} = 5$$

4. Hitunglah $\lim_{x \to \infty} (\sqrt{3x+1} - \sqrt{3x-4})$

Penyelesaian :

$$\lim_{x \to \infty} (\sqrt{3x+1} - \sqrt{3x-4}) \,.\, \frac{\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x-4}}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x-4}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{(\sqrt{3x+1})^2 - (\sqrt{3x-4})^2}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x-4}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{(3x+1) - (3x-4)}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x-4}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{5}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x-4}}$$

$$= 0$$

5. Hitunglah $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+4x-5}{x-1}$

Penyelesaian:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+4x-5}{x-1} = \frac{1^2+4(1)-5}{1-1} = \frac{1+4-5}{1-1} = \frac{0}{0} \text{ (tidak tentu)}$$

Karena hasilnya tidak tentu maka menggunakan metode faktorisasi

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+4x-5}{x-1} = \frac{(x+5)(x-1)}{x-1} = (x+5) = 1+5 = 6$$

6. Carilah $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^4+3x+2}{3x^3+2x-2}$

Penyelesaian:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4+3x+2}{3x^3+2x-2}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^4}{x^3}+\frac{3x}{x^4}+\frac{2}{x^4}}{\frac{3x^3}{x^4}+\frac{2x}{x^4}-\frac{2}{x^4}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{3}{x^3}+\frac{2}{x^4}}{\frac{3}{x}+\frac{2}{x^3}-\frac{2}{x^4}}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to\infty} 1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x^4}}{-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x}\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x^3}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x^4}}$$

$$= \frac{1+0+0}{0+0=0}$$

$$= 0$$

Limit Fungsi Trigonometri

1. Hitunglah nilai limit fungsi trigonometri berikut :

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{\sin 5x}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 3x}{6x}$

Penyelesaian :

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{\sin 5x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{\sin 5x} \cdot \dfrac{5x}{5x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x}{\sin 5x} \cdot \dfrac{2x}{5x}$

$= \dfrac{2}{5} \cdot \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x}{\sin 5x}$

$= \dfrac{2}{5} \cdot 1$

$= \dfrac{2}{5}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 3x}{6x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 3x}{6x} \cdot \dfrac{3x}{3x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 3x}{3x} \cdot \dfrac{3x}{6x}$

$= \dfrac{3}{6} \cdot \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 3x}{3x}$

$= \dfrac{3}{6} \cdot 1$

$= \dfrac{3}{6}$

2. Hitunglah limit-limit fungsi trigonometri berikut :

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\tan 3x}{\sin 2x}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$

Penyelesaian :

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\tan 3x}{\sin 2x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\tan 3x}{\sin 2x} \cdot \frac{3x}{2x} \cdot \frac{2x}{2x}$

$= \lim\limits_{x \to 0} \frac{\tan 3x}{3x} \cdot \frac{2x}{\sin 2x} \cdot \frac{3x}{2x}$

$= \frac{3}{2} \cdot \lim\limits_{x \to 0} \frac{\tan 3x}{3x} \cdot \lim\limits_{x \to 0} \frac{2x}{\sin 2x}$

$= \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 1$

$= \frac{3}{2}$

b) Karena $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$, maka :

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$

$= \lim\limits_{x \to 0} \frac{1-(1-2\sin^2 x)}{x^2}$

$= \lim\limits_{x \to 0} \frac{2\sin^2 x}{x^2}$

$= 2 \cdot \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$

$= 2 \cdot 1 \cdot 1$

$= 2$

3. Hitunglah $\lim_{x \to 4} \frac{(3x+6)\tan(x-4)}{2x^2-7x-4}$.

Penyelesaian :

$$\lim_{x \to 4} \frac{(3x+6)\tan(x-4)}{2x^2-7x-4}$$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{(3x+6)\tan(x-4)}{(2x+1)(x-4)}$$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{(3x+6)}{(2x+1)} \cdot \lim_{x \to 4} \frac{\tan(x-4)}{(x-4)}$$

$$= \frac{(3 \cdot 4+6)}{(2 \cdot 4+1)} \cdot 1$$

$$= \frac{18}{9}$$

$$= 2$$

4. $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{\sin(4x-2)}{\tan(2x-1)}$

Penyelesaian :

Kita misalkan :

a = 2x-1

Jika x→1/2, maka a→0

Penyelesaian limit :

$$\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{\sin(4x-2)}{\tan(2x-1)}$$

$$= \lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{\sin 2(2x-1)}{\tan(2x-1)}$$

$$= \lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{\sin 2a}{\tan a}$$

$$= 2$$

Thank YOU