DIFERENSIAL

DOSEN: Johansen Cruyff Mandey

Rangkuman Sejarah

Diferensial

Where it started

- Dimulai pada tahun 1665 Newton menemukan tentang bentuk fluksional dari kalkulus diferensial
- tahun 1676 Newton menyelesaikan sebuah persamaan diferensial dengan menggunakan deret tak hingga.
- Newton tidak mempublikasikan hal tersebut sampai dengan tahun 1693.
- selama beberapa tahun kedepan, perkembangan dari diferensial menjadi lebih cepat.

Perkembangan

tahun 1694-1697, Bernoulli menjelaskan tentang Metode Persamaan Variabel

$$\frac{dy}{dx} - y = ty^2$$

Sang kakak-beradik Bernoulli (yang menemukan Persamaan Diferensial Bernoulli) berhasil menyederhanakan sejumlah besar persamaan diferensial menjadi bentuk yang lebih sederhana yang dapat mereka selesaikan.

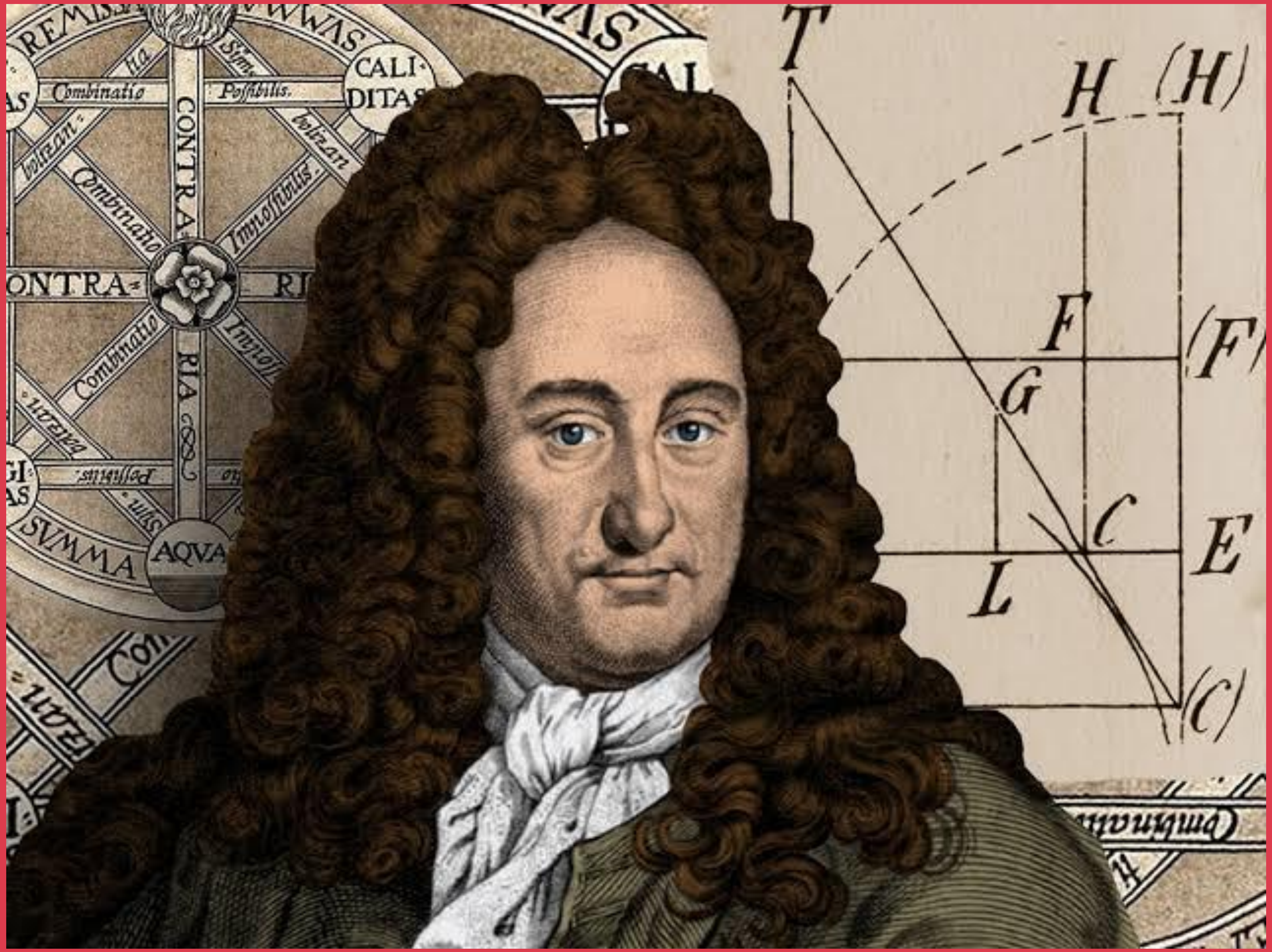
Perkembangan

- Metode pertama yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial orde kedua atau yang lebih tinggi dengan koefisien konstan, dirumuskan oleh Euler.
- D’Alembert merumuskan penyelesaian persamaan diferensial untuk kasus dimana persamaan bantuan mempunyai akar-akar yang sama. Persamaan diferensial parsial diketahui pertama kali muncul dalam persoalan getaran pada tali.
- Persamaan ini, merupakan persamaan diferensial orde kedua, telah dibicarakan oleh Euler dan D’Alembert dalam tahun 1747.

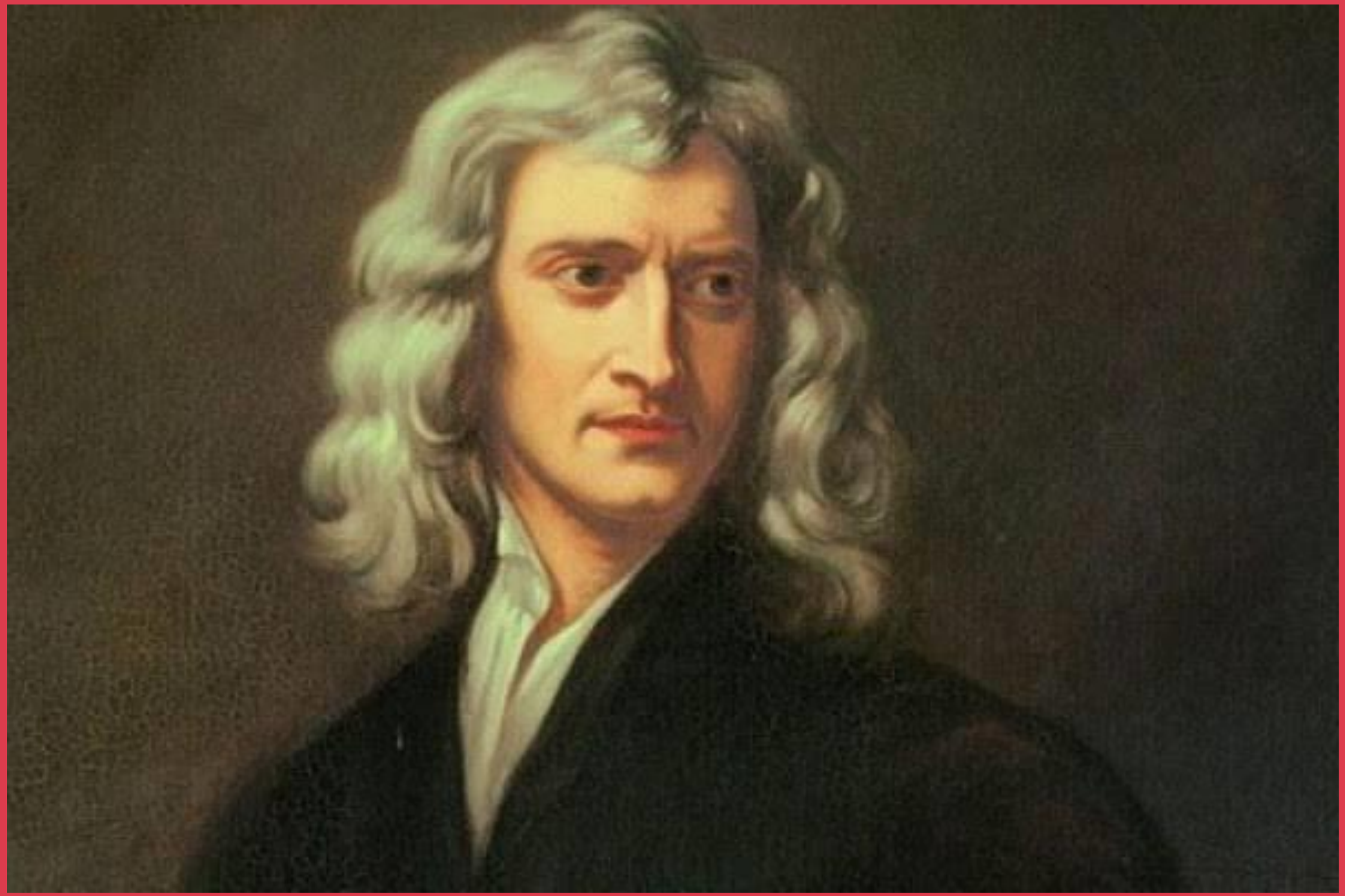
Modern Days

Tidak hanya sampai situ, perkembangan diferensial masih berjalan oleh Chrystal (1892) dan Hill (1917). Hill lah yang menunjukan Hill Equation.

Tokoh



Gottfried Leibniz



Isaac Newton

Contoh Soal

a) $f(x) = 3x^4 + 2x^2 - 5x$
b) $f(x) = 2x^3 + 7x$

a) $f(x) = 3x^4 + 2x^2 - 5x$
$f'(x) = 4 \cdot 3x^{4-1} + 2 \cdot 2x^{2-1} - 5x^{1-1}$
$f'(x) = 12x^3 + 4x^1 - 5x^0$
$f'(x) = 12x^3 + 4x - 5$

b) $f(x) = 2x^3 + 7x$
$f'(x) = 6x^2 + 7$

2. PENGERTIAN DAN RUMUS

A. PENGERTIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL

Persamaan Diferensial adalah suatu persamaan yang menyatakan hubungan fungsi yang tidak diketahui beserta turunan-turunannya.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Contoh:

$$f(x) = 3x^2 + 5, f'(x) = \cdots$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{3(x+h)^2+5-(3x^2+5)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{3(x^2+2hx+h^2)+5-(3x^2-5)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{\cancel{3x^2}+6hx+3h^2\cancel{+5}\cancel{-3x^2}\cancel{-5}}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} 6x+3h = 6x \end{aligned}$$

Cara Cepat:

$$f(x) = x^n; f'(x) = nx^{n-1}$$

Contoh:

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^2 + 5; f'(x) = \cdots \\ f'(x) &= 2.3x^1 + 0 \\ &= 6x \end{aligned}$$

B. PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA (PDB)

Persamaan Diferensial diklasifikasikan menjadi 2 jenis, yaitu
Persamaan Diferensial Biasa dan
Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan Diferensial Biasa adalah Persamaan Diferensial yang memiliki satu peubah bebas

Suatu Persamaan Diferensial Biasa orde n dapat ditulis dalam bentuk:

$$f(x, y, y', y'', \ldots, y^n) = 0$$

- Derajat dari sebuah Persamaan Diferensial adalah **pangkat dari turunan tertinggi** pada Persamaan Diferensial tersebut.

- Orde pada Persamaan Diferensial menyatakan **turunan tertinggi** pada Persamaan Diferensial tersebut.

Contoh:

1. $3y'' - 5y' + 3y = 0$
Persamaan Diferensial orde 2 derajat 1

2. $(y'')^4 + y' = x$
Persamaan Diferensial orde 2 derajat 4

Persamaan Diferensial Biasa Homogen dan Non Homogen

- Persamaan Diferensial Homogen
  Ruas kiri → variabel terikat
  Ruas kanan → nol

- Persamaan Diferensial Non Homogen
  Ruas kiri → variabel terikat
  Ruas kanan → konstanta atau variabel bebas

Contoh:

1. $3\frac{dy}{dt} - 5y = 0$ *(homogen)*

2. $\frac{dy}{dt} = 5y + 25 = 0 \to \frac{dy}{dt} - 5y = -25$ *(non homogen)*

Persamaan Diferensial Biasa Linear dan Non Linear

- Persamaan Diferensial Linear: suatu Persamaan Diferensial Biasa yang variabel terikat dan turunannya bersifat linear (pangkat satu)
- Persamaan Diferensial Non Linear: suatu Persamaan Diferensial Biasa yang variabel terikat dan turunannya bersifat non linear (tidak pangkat satu)

Contoh:

1. $y'' - 5y' + 2cosx = 0$ *(linear)*
2. $x^2y' + (y'')^2sinx = x$ *(non linear)*

Penyelesaian Persamaan Diferensial

- Penyelesaian Umum Persamaan Diferensial (PUPD) adalah penyelesaian Persamaan Diferensial yang mengandung konstanta sebarang. Contoh: $y = \frac{1}{2}t + c$

- Penyelesaian Khusus Persamaan Diferensial (PKPD) adalah penyelesaian Pesamaan Diferensial yang diperoleh dari PUPD jika kedua konstanta-konstanta sebarangnya diberi nilai tertentu. Contoh: $y = \frac{1}{2}t + 5$

Contoh:

Diketahui $\frac{dy}{dx} = t^2, y(0) = 5$

Solusi: Pengintegralan langsung

Bentuk umum Persamaan Diferensial: $\frac{d^n y}{dy^n} = f(t)$

$$y(t) = \int t^2 dt = \frac{1}{3}t^3 + c \text{ (solusi umum)}$$

$$5 = 0 + c \rightarrow c = 5$$

Substitusikan $c = 5$ ke solusi umum, sehingga didapat:

$$y(t) = \frac{1}{3}t^3 + 5 \text{ (solusi khusus)}$$

Persamaan Diferensial Variabel Terpisah

Bentuk umum: $f(x)dx + g(y)dy = 0$
Solusi: $\int f(x)dx + \int g(y)dy = 0$

Contoh:

Selesaikan Persamaan Diferensial berikut: $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2}{1+5y}$
Solusi: $(1 + 5y)dy - 2x^2dx = 0$

$$\int (1 + 5y)dy \; - \int 2x^2dx \; = \; 0$$

$y + \frac{5}{2}y^2 - \frac{2}{3}x^3 = c$ (solusi umum)

Faktor Pengintegral (Persamaan Diferensial Linear Non Homogen)

Bentuk Umum

$$\frac{dy}{dx}. + \mathrm{P(x)y} = \mathrm{Q(x)}$$

Solusi

Kalikan kedua ruas dengan faktor pengintegral $e^{\int P(x)dx}$ sehingga di dapat,

$$\frac{dy}{dx}.e^{\int P(x)dx} + y.P(x)e^{\int P(x)dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(y.e^{\int P(x)dx}\right) = Q(x)e^{\int P(x)dx}$$

PUPD

$$y.e^{\int P(x)dx} = \int Q(x).e^{\int P(x)dx}dx$$

Contoh:

Tentukan solusi dari: $\frac{dy}{dx} + 3y = 7, \quad y(0) = 3$

Solusi:
Faktor pengintegral: $e^{\int P(x)dx} = e^{\int 3dx} = e^{3x}$

PUPD:

$$y.e^{\int P(x)dx} = \int Q(x).e^{\int P(x)dx}dx$$

$$y.e^{3x} = \int 7.3^{3x}dx$$

$e^{3x}.y = \frac{7}{3}e^{3x} + c$ (solusi umum)

$$y(o) = 3$$

$$3 = \frac{7}{3} + c, \qquad c = \frac{2}{3}$$

$$e^{3x}.y\frac{7}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}$$

$y = \frac{7}{3} + \frac{2}{3}e^{-3x}$ (solusi khusus)

PERSAMAAN DIFERENSIAL EKSAK

PERSAMAAN DIFERENSIAL EKSAK

Bentuk umum:

- $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$

Syarat:

- $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ (eksak)
- $\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$ (tak eksak)

Contoh 1

Cari solusi dari:

$$\left(x^2 + y^2\right)dx + (2xy)dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 2y$$

$$F(x,y) = \int M(x,y) + c$$

$$\int \left(x^2 + y^2\right)dx + c$$

$$\frac{1}{3}x^3 + xy^2 + c$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{2y} = \frac{\partial}{\partial y}\left[\int M(x,y)dx\right] + c' = N(x,y)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{3}x^3 + xy^2\right] + c' = 2xy$$

$$2xy + c' = 2xy$$

$$c' = 0$$

$$c' = 0$$

$$c = \int 0\, dy$$

$$c = 0$$

Solusi umum PD:

$$\frac{1}{3}x^3 + xy^2$$

TIDAK EKSAK

$$(5xy + 4y^2 + 1)dx + (x^2 + 2xy)dy = 0$$

(Pemisalan)

$M = \; 5xy + 4y^2$ dan $N = \; x^2 + 2xy$

(Turunkan)

$\frac{\partial M}{\partial y} = 5x + 8y$ dan $\frac{\partial N}{\partial x} = 2x + 2y$

$\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$ (berarti tidak eksak)

(cari faktor integrasi agar menjadi eksak)

$(e \int P(x)\, dx)$

$P(x) = \frac{1}{N}(\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x})$

$P(x) = \frac{1}{x^2+2xy}(5x + 8y - (2x + 2y))$

$\frac{1}{x^2+2xy}\,(3x + 6y)$

$\frac{3}{x(x+2y)}(x + 2y)$

$\frac{3}{x}$

$e \int \frac{3}{x} dx = e^{3 \ln x} = e^{\ln x^3} = \; x^3$ (kalikan ke persamaan)

$x^3(5xy + 4y^2 + 1)dx + (x^2 + 2xy)dy = x^3$

$(5xx^4y + 4x^3y^2 + x^3)dx + (x^5 + 2x^4y)dy = 0$

(Pemisalan)

$M = 5x^4y + 4x^3y^2 + x^3$dan $N = x^5 + 2x^4y$

(turunkan)

$\frac{\partial M}{\partial y} = 5x^4 + 8x^3y$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 5x^4 + 8x^3y$

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ (berarti eksak)

(F=(0 (fungsi konstan)))

$\frac{\partial F}{\partial x} = 5x^4y + 4x^3y^2 + x^3$, $\frac{\partial F}{\partial y} = x^5 + 2x^4y$

(integrasikan $\frac{\partial F}{\partial x}$ terhadap x)

$F = x^5y + x^4y^2 + \frac{1}{4}x^4 + \emptyset(y)$

(turunkan parsial terhadap y)

$\frac{\partial F}{\partial y} = x^5 + 2x^4y + \emptyset'(y)$

(Bandingkan dengan $\frac{\partial F}{\partial y}$)

$\emptyset'(y) = 0 \rightarrow \emptyset(y) = C_1$

Solusinya

$F = x^5y + x^4y^2 + \frac{1}{4}x^4 + C_1 = C_0$

$x^5y + x^4y^2 + \frac{1}{4}x^4 = C$

D. Persamaan Diferensial faktor integrasi

integrasi merupakan kebalikan dari diferensiasi. Apabila didifernsiasikan, maka diulai dengan suatu pernyataan dan melanjutkan untuk mencari turunan. Apabila diintegralkan, maka dimulai dengan turunannya dan kemudian mencari pernyataan asal integral ini.

- Faktor integrasi ini digunaan untuk menyelesaikan PD orde satu tak eksak. Langkah yang dimaksud adalah merubah PD tak eksak menjadi eksak.

BENTUK UMUM DARI FAKTOR INTEGRASI

$$P(x,y)\,dx + Q(x,y)dy = 0$$

- Jika persamaan tidak eksak, maka dapat dijadikan persamaan diferensial eksak. Caranya yaitu kalikan persamaan dengan suatu fungsi tertentu, misalkan u(x,y) yang dinamakan Faktor integrasi.
- Sehingga persamaan menjadi :
- $uP(x,y)\,dx + uQ(x,y)\,dy=0$

contoh:

$(4x^3 + x^2 - y^2)\,dx + 2xy\,dy = 0$

$M(x, y) = 4x^3 + x^2 - y^2$ dan $N(x, y) = 2xy$

$M_y(x, y) = -2y$ dan $N_x(x, y) = 2y$

$M_y - N_x = -2y - 2y = -4y \neq 0$

Persamaan ini merupakan persamaan yang tidak eksak dan perlu di ditentukan faktor integrasi.

MATEMATIKA DAN STATISTIKA ARSITEKTUR

Persamaan Diferensial Faktor Integrasi (non-eksak, eksak & integral)

Tentukan factor integrasi dan solusi umum persamaan diferensial berikut:

1. $(4x^3 + x^2 - y^2)\,dx + 2xy\,dy = 0$

$M(x, y) = 4x^3 + x^2 - y^2$, $N(x, y) = 2xy$

$M_y(x, y) = -2y$

$N_x(x, y) = 2y$

Perhatikan bahwa

$M_y - N_x = -2y - 2y = -4y \neq 0$

bukan persamaan diferensial eksak. Perlu ditentukan faktor integrasi

$$\frac{My - Nx}{N} = \frac{-4y}{2xy} = -\frac{2}{x}$$

Membuat variable x, sehingga factor integrasi I merupakan fungsi dari x. Definisikan

$$P(x) = \frac{My-Nx}{N} = \frac{-4y}{2xy} = -\frac{2}{x}$$

Dengan demikian diperoleh factor integrasi

$$I(x) = e^{\int p(x)dx} = e^{\int \frac{2}{x}dx}$$

$$= e^{-2 \ln x} = \frac{1}{x^2}$$

solusi umum :

$f(x,y) = c$

$$\int M(x,y)dx + g(y) = \int (4x + 1 - \frac{y^2}{x^2})\,dx + g(y)$$

$$= 2x^2 + x + \frac{y^2}{x} + g(y)$$

Selanjutnya fungsi g'(y) dapat diperoleh dengan $F_y(x,y) = N(x,y)$

$$\frac{y^2}{x} + g'(y) = \frac{y^2}{x}$$

$$g'(y) = 0$$

Dengan pengintegralan, diperoleh g(x)

$$g(x) = k$$

Dengan demikian, solusi umum PD adalah

$$2x^2 + x + \frac{y^2}{x} = k \text{ atau } 2x^3 + x^2 + y^2 = kx$$

Persamaan Diferensial Faktor Integrasi (non-eksak, eksak & integral)

2. $(y^2e^x + xy)\ dx + (4ye^x + \frac{3}{2}x^2 + 4y)\ dy = 0$

$M(x,y) = y^2e^x + xy$, $N(x,y) = 4ye^x + \frac{3}{2}x^2 + 4y$

Maka:

$M_y(x,y) = 2ye^x + x$, $N(x,y) = 4ye^x + 3x$

Perhatikan bahwa :

$$M_y - N_x = 2ye^x + x - 4ye^x - 3x = 2x \neq 0$$

bukan persamaan diferensial eksak. perlu ditentukan factor integrasi.

$$\frac{My - Nx}{N} = \frac{-2(ye\ + x)}{y(ye\ + x)} = -\frac{2}{y}$$

Membuat variable y, sehingga factor integrasi I merupakan fungsi dari y. Definisikan

$$q\ (y) = \frac{My-Nx}{N} = -\frac{2}{y}$$

diperoleh factor integrasi

$$I\ (y) = e^{\int q(y)dy} = e\int \frac{2}{y}\,dy$$

$$= e^{2\ \ln y} = y^2$$

solusi umum berupa $f(x,y) = c$,

$$F(x,y) = \int M(x,y)\,dx + g(y) = \int (y^4e^x+xy^3)\,dx + g\ (y)$$

$$= y^4e^x + \frac{1}{2}x^2y^3 + g\ (y)$$

Selanjutnya fungsi $g'(y)$ dapat diperoleh dengan $F_y(x,y) = N\ (x,y)$

$$4y^3e^x + \frac{1}{2}x^2y^2 + g'(y) = 4y^3e^x + \frac{3}{2}x^2y^2 + 4y^3$$

$$g'(x) = 4y^3e^x + \frac{3}{2}x^2y^2 + 4y^3 - 4y^3e^x - \frac{3}{2}x^2y^2$$

$$= 4y^3$$

Dengan pengintegralan

$$g\ (y) = \int 4y^3\,dy$$

$$= y^4 + k$$

solusi umum PD adalah

$$Y^4e^x + \frac{1}{2}x^2y^3 + y^4 = k$$

MATEMATIKA DAN STATISTIKA
ARSITEKTUR

Persamaan Diferensial Faktor Integrasi (non-eksak, eksak & integral)

3. . $(3y^3 – 5x^2y)\,dx + (5xy^2 – 3x^3)\,dy = 0$

$M(x,y) = 3y^3 – 5x^2y$, $N(x,y) = 5xy^2 – 3x^3$
Maka:

$M_y(x,y) = 9y^2 – 5x^2$ dan $N_x(x,y) = 5y^2 – 9x^2$

Perhatikan bahwa :

$M_y - N_x = 9y^2 – 5x^2 – 5y^2 + 9x^2 = 4(x^2 + y^2) \neq 0$

bukan persamaan diferensial eksak. perlu ditentukan factor integrasi.

perhatikan bahwa

$$\frac{My-Nx}{yN-xM} = \frac{4(x^2+y^2)}{y(5xy^2-3x^3)-x(3y^3-5x^2y)} = \frac{4(x^2+y^2)}{2xy(x^2+y^2)} = \frac{2}{xy}$$

factor integrasi I merupakan fungsi dari x dan y, misalkan z=xy, sehingga

$$r(z) = \frac{My-Nx}{yN-xM} = \frac{2}{xy} = \frac{2}{z}$$

persamaan telah tereduksi menjadi persamaan diferensial eksak.

Kalikan factor integrasi dengan PD awal diperoleh

$(xy)^2[(3y^3 – 5x^2y)\,dx + (5xy^2 – 3x^3)\,dy] = 0$

$(3x^2y^5 – 5x^4y^3)\,dx + (5x^3y^4 – 3x^5y^2\,dy = 0$

Dari PD baru ini dapat diidentifikasi bahwa

$M_y(x,y) = N_x(x,y) = 15x^2y^4 – 15x^4y^2$

telah tereduksi menjadi persamaan diferensial eksak

- solusi umum diperoleh berupa f (x, y) = c

$F(x, y) = \int N(x,y)\,dy + g(x)$

$= \int (5x^3y^4 – 3x^5y^2)\,dy + g(x)$

$= x^3y^5 – x^5y^3 + g(x)$

fungsi g'(x) dapat diperoleh

$F_x(x, y) = M(x, y)$

$3x^2y^5 – 5x^4y^3 + g'(x) = 3x^2y^5 – 5x^4y^3$

$g'(x) = 3x^2y^5 – 5x^4y^3 – 3x^2y^5 + 5x^4y^3$

Dengan pengintegralan, diperoleg g (x)

$g(x) = k$

solusi umum PD adalah

$x^3y^5 – x^5y^3 = k$

Persamaan diferensial orde satu

bentuk PD yang paling sederhana, karena hanya melibatkan turunan pertama dari suatu fungsi yang tidak diketahui.

Bentuk eksplisit

F(x,y,$\frac{dy}{dx}$) $= 0 \; atau \;\; F(x, y, y') = 0$

$$x\frac{dy}{dx} + x + y + 1 = 0$$

Bentuk implisit

$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ atau y'= f(x,y)

y'=2y +e^x

4 jenis

Variabel Terpisah

$f(x)\,dx + g(y)\,dy = 0$

Homogen

$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$

Koefisien Linier

$(ax + by + c)dx + (px + qy + r)dy = 0$

Eksak

$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$ menguji suatu PD Eksak hanya jika

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$

Contoh penyelesaian

$$x^2 - Cy + C^2 = 0$$

Diturunkan secara implisit
2x-Cy'=0

Eliminasi kedua persamaan

C=$\frac{2x}{y\prime}$

Lalu dimasukan ke persamaan pertama

$$x^2 - \frac{2x}{y\prime}y + (\frac{2x}{y\prime})^2 = 0$$

$$x^2(y'^2) - \frac{2x}{\cancel{y'}}y\,(y'^{\cancel{2}}) + \frac{2x^{\,2}}{\cancel{y'^2}}\,\cancel{(y'^2)} = 0$$

$$x^2y'^2 - 2xyy' + 2x^2 = 0$$

4x-2yy'+2xy'^2

Persamaan diferensial orde dua

$$f_2(x)y'' + f_1(x)y' + f_0(x)y = Q(x)$$

f_0, f_1, f_2 dan Q adalah fungsi-fungsi kontinu dalam x yang didefinisikan pada domain I dan $f_2(x) \neq 0$ dalam I

Homogen

Koefisien tak tentu

Dari asumsi bahwa $f2(x) \neq 0$ untuk semua x dalam domain, maka persamaan umum

$$f2(x)y'' + f1(x)y' + f0(x)y = Q(x)$$

diubah ke bentuk persamaan diferensial berikut

$$y'' + a1\,y' + a1\,y = 0$$

Jika fungsi y dimisalkan dengan variable lain yaitu D, maka persamaan) menjadi

$$(D2 + a1(x)D + a0(x))y = 0$$

$$y = e^{rx}$$

Persamaan ini bernilai nol. Sehingga dapat dituliskan menjadi

$$e^{rx}(r^2 + a_1 r + a_0) = 0$$

1. Menentukan penyelesaian umum PD homogen pada persamaan ,penyelesaiannya dapat dituliskan dengan : yc = Ay1 + By2
2. Menentukan penyelesaian tunggal Y dari fungsi , Penyelesaian ini dikatakan sebagai penyelesaian khusus dari fungsi
3. Jumlahkan kedua penyelesaian tersebut sehingga terbentuk penyelesaian umum persamaan diferensial tak homogen

Tidak Homogen

$$y'' + a1y' + a0y = q(x)$$

Penyelesaian umum PD tak homogen diatas dapat ditulis menjadi

$$y(x) = Ay1 + By2 + Y$$

Koefisien tak tentu

digunakan jika suku dalam q(x) terdiri diferensial yang bebas linier. Suatu turunan fungsi xn Ketika diturunkan sampai ke-n maka terbentuk himpunan bebas linier.

No	Suku tak-Homogen	Himpunan Koefisien tak Tentu
1.	x^n	$\{x^n, x^{n-1}, \ldots ,\}$
2.	e^{ax}	$\{ e^{ax}\}$
3.	sin(bx+c) cos(bx+c)	{sin(bx + c) , cos(bx + c)}
4.	e^{ax}sin(bx+c)	{e^{ax}sin(bx + c) , e^{ax}cos(bx + c)}

Penerapan Diferensial dalam Arsitektur

Nama: Anvina Allisa Siallagan

NIM: 210211020040

Berbagai hal memerlukan rancangan dan perhitungan yang tepat agar dapat menghasilkan sebuah rancangan yang kuat dan spektakuler tanpa mengkhawatirkan pondasinya.Diferensial sangat membantu para arsitek dan bagian teknik sipil dalam membuat sebuah bangunan.

Diferensial banyak digunakan oleh arsitek dalam penghitungan dalam pembuatan tiang-tiang,langit-langit rumah,dan lain-lain menggunakan turunan atau diferensial.

Menghitung Nilai Maksimum dan Minimum

NILAI MINIMUM

Contoh soal:

Anvina hendak merenovasi rumahnya.Namun,tabungan yang ia punya hanya 10 juta rupiah.Sementara untuk merenovasi rumah,ia juga harus memikirkan biaya untuk pekerja renovasi.Kemudian ia pergi mengunjungi konsultan bangunan untuk membicarakan perihal renovasi yang ia inginkan sesuai dengan budget yang dimilikinya.Namun,sang konsultan malah memberikan satu fungsi kepada Anvina,yaitu f(x)= x^2-6x+18.Berapakah biaya minimum yang harus dikeluarkan oleh Anvina untuk merenovasi rumahnya?

Jawab:

Untuk mencari biaya minimum,maka f'(x)=o

Dengan f(x): fungsi biaya renovasi(juta rupiah)

x: banyak pekerja

f(x)=$x^2 - 6x + 18$

f'(x)=2x-6

0=2x-6

2x=6

x=3

f(x)=$x^2 - 6x + 18$

f(3)=$3^2 - 6.3 + 18$

f(3)=9-18+18

f(3)=9

Maka,banyaknya biaya minimum yang harus Anvina keluarkan agar uang tabungannya cukup yaitu sebesar Rp9.000.000

Menghitung Nilai Maksimum dan Minimum

NILAI MAKSIMUM

Contoh soal:

Akan dibangun sebuah rumah berbentuk persegi panjang dengan keliling (2x+24)meter dan lebar (8-x)meter.Agar luas rumah tersebut mencapai nilai maksimal,maka berapa panjang rumah tersebut?

Jawab:

K=2(p+l)

2x+24=2(p+8-x)

2x+24=2p+16-2x

x+12 =p+8-x

2x+8-p=0

p=2x+8

Masukkan p ke persaman luas

L(x)=p.l

L(x)=(2x+8)(8-x)

L(x)=-$2x^2+12x+32$

Luas maksimal saat L'(X)=0

L(x)=$-2x^2+12x+32$

L'(x)=-4x+12

0=-4x+12

4x=12

x=3

Subtitusi nilai x=3 ke nilai p

p=2x+8

p=2.3+4

p=10

Maka,panjang bangunan tersebut agar mencapai luas maksimum adalah 10 meter

Thank You